Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.1.

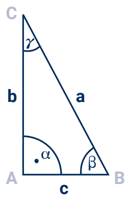
a. Siehe Skizze.

b. Die Seiten b und c sind die Katheten und Seite a ist die Hypotenuse.

c. $a^2 = b^2 + c^2$

d. Hinweis: b ist die Gegenkathete zu β usw., somit gilt:

$\sin\beta = \frac{b}{a}$ $\qquad \cos\beta = \frac{c}{a}$ $\qquad \tan\beta = \frac{b}{c}$



Lösung Aufgabe 2.2.

Grundbegriffe anwenden.

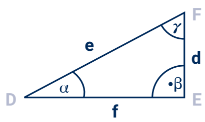
a. Siehe Skizze. Rechter Winkel ist der beim Punkt E, also Winkel β.

b. Die Seiten d und f sind die Katheten. Die Seite e ist die Hypotenuse.

c. $e^2 = d^2 + f^2$

d. Hinweis: f ist die Gegenkathete zu γ (Winkel bei Punkt F), somit gilt:

$\sin\gamma = \frac{f}{e}$ $\qquad \cos\gamma = \frac{d}{e}$ $\qquad \tan\gamma = \frac{f}{d}$



Lösung Aufgabe 2.3.

Grundbegriffe anwenden.

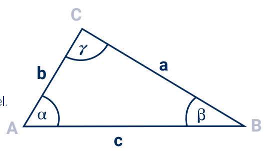
Für das Dreieck ABC gelte: $c^2 = a^2 + b^2$.

a. Siehe Skizze.

b. Seite c ist die Hypotenuse. Winkel γ ist der rechte Winkel.

c. Hinweis: a ist die Gegenkathete zu α (Winkel bei Punkt A), somit gilt:

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\qquad \cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\qquad \tan\alpha = \frac{a}{b}$



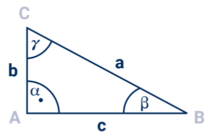
Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.4.

geg.: $b = 3{,}50\ m$ $\qquad$ ges.: a, β, γ

$c = 350\ cm$

a. Siehe Skizze.



b.

$a^2 = b^2 + c^2$ (a ist Hypotenuse)

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$a = \sqrt{(3{,}50\ m)^2 + (3{,}50\ m)^2}$

$a = \sqrt{12{,}25\ m^2 + 12{,}25\ m^2}$

$a = \sqrt{24{,}50\ m^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{a = 4{,}95\ m\ (49{,}4974...)}}}$

c.

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (Innenwinkels.)

$90^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ$ $(\alpha = 90^\circ)$

$\beta + \gamma = 90^\circ$ $(\alpha = \gamma$, da $b = c)$

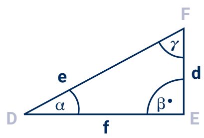
$\underline{\underline{\mathbf{\beta = 45^\circ}}}$

$\underline{\underline{\mathbf{\gamma = 45^\circ}}}$

Lösung Aufgabe 2.5.

geg.: $d = 2{,}80\ m$ $\qquad$ ges.: e, α, γ, u

$f = 4{,}50\ m$



a. $e^2 = d^2 + f^2$ (e ist Hypotenuse)

$e = \sqrt{d^2 + f^2}$

$e = \sqrt{(2{,}80\ m)^2 + (4{,}50\ m)^2}$

$e = \sqrt{7{,}84\ m^2 + 20{,}25\ m^2}$

$e = \sqrt{28{,}09\ m^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{e = 5{,}30\ m}}}$

b.

$\tan\alpha = \frac{d}{f}$

$\tan\alpha = \frac{2{,}80\ m}{4{,}50\ m}$

$\tan\alpha = 0{,}622222$

$\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 31{,}89^\circ}}}$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

$\gamma = 180^\circ - 31{,}89^\circ - 90^\circ$

$\underline{\underline{\mathbf{\gamma = 58{,}11^\circ}}}$

c.

$u = e + d + f$

$u = 5{,}30\ m + 4{,}50\ m + 2{,}80\ m$

$\underline{\underline{\mathbf{u = 12{,}60\ m}}}$

**Es wäre hier auch möglich, für den Winkel α (oder auch für γ) den Sinuswert (oder den Kosinuswert) und daraus dann den eigentlichen Winkel zu berechnen. Dazu müsste aber die soeben berechnete Hypotenuse e verwendet werden. Diese Berechnung könnte jedoch einen Fehler enthalten.Deshalb ist der hier verwendete Weg über den Tangenswert günstiger. Bei diesem Rechenweg werden ja die gegeben Werte der Katheten d und f verwendet.*

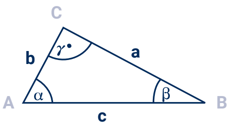
Lernvideo zu 2.5!

HINWEIS

$^* \tan\alpha = \frac{GK}{AK} = \frac{Dh}{Sgm}$

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.6.



geg.: b = 2,65 m ges.: a, α, β

c = 400 cm

a. $c^2 = a^2 + b^2$ (c ist Hypotenuse)

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$a = \sqrt{(4{,}00\,m)^2 - (2{,}65\,m)^2}$

$a = \sqrt{9{,}24\,m^2}$

$\underline{\underline{\mathbf{a = 3{,}00\,m\ (2{,}99624...)}}}$

β. $\gamma = 90^\circ$

c. $\cos\alpha = \frac{b}{c} \left(\cos\alpha = \frac{AK}{H} \right)$

$\cos\alpha = \frac{2{,}65\,m}{4{,}00\,m}$

$\cos\alpha = 0{,}65$

$\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 48{,}5^\circ}}}$

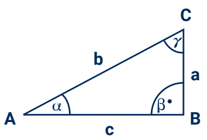
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$

$\beta = 180^\circ - 48{,}5^\circ - 90^\circ$

$\underline{\underline{\mathbf{\beta = 41{,}5^\circ}}}$

Lösung Aufgabe 2.7.



geg.: $\alpha = 25°$ ges.: e, α, β, γ

$\beta = 90°$

a = 2200 mm

a. Die Seite b ist Hypotenuse, da sie gegenüber dem rechten Winkel liegt. Die Seite a ist kleiner als Seite c, weil Winkel α kleiner als Winkel γ ist, denn $\gamma = 180° - \alpha - \beta$, also $\gamma = 65°$.

b. siehe Skizze

c. $\sin\alpha = \frac{GK}{H}$

$\sin\alpha = \frac{a}{b} \quad | \cdot b$

$b \cdot \sin\alpha = a \quad | : \sin\alpha$

$b = \frac{a}{\sin\alpha}$

$b = \frac{2{,}20\,m}{\sin 25^\circ}$

$b = \frac{2{,}20\,m}{0{,}4226}$

$\underline{\underline{\mathbf{b = 5{,}20\,m\ (5{,}2056...)}}}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

$\tan\alpha = \frac{a}{c} \quad | \cdot c$

$c \cdot \tan\alpha = a \quad | : \tan\alpha$

$c = \frac{a}{\tan\alpha}$

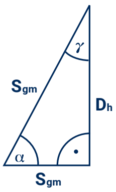
$c = \frac{2{,}20\,m}{\tan 25^\circ}$

$c = \frac{2{,}20\,m}{0{,}4663}$

$\underline{\underline{\mathbf{c = 4{,}72\,m\ (4{,}7179...)}}}$

Lösungen - Kapitel 2

Lösung Aufgabe 2.8.



geg.: $\alpha = 52°$ ges.: S, S_{gm}

$D_h = 3{,}75$ m

a. Die Sparrenlänge S ist die Hypotenuse.
Die Dachhöhe ist größer als das Sparrengrundmaß, weil $\alpha > \gamma$.

b. siehe Skizze

c. Rechenweg wie bei **Aufgabe 2.7.c)** mit D_h für a, S für b und S_{gm} für c.

$S = \frac{Dh}{\sin\alpha}$

$S = \frac{3{,}75\,m}{\sin 52^\circ}$

$S = \frac{3{,}75\,m}{0{,}7880...}$

$\underline{\underline{\mathbf{S = 4{,}76\,m\ (4{,}7588...)}}}$

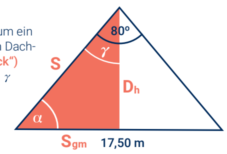
$Sgm = \frac{Dh}{\tan\alpha}$

$Sgm = \frac{3{,}75\,m}{\tan 52^\circ}$

$Sgm = \frac{3{,}75\,m}{1{,}2799...}$

$\underline{\underline{\mathbf{Sgm = 2{,}93\,m\ (2{,}9298...)}}}$

Lösung Aufgabe 2.9.



Bei diesem (großen, schwarzen) „Giebeldreieck" handelt es sich um ein gleichschenkliges, aber um kein rechtwinkliges Dreieck. Das vom Dachdecker oft verwendete rechtwinklige Dreieck **(„Dachdeckerdreieck")** ist hier **rot** eingezeichnet. In diesem **roten Dreieck** hat der Winkel γ an der Spitze eine Größe von 40°.

geg.: $D_b = 17{,}50$ m ges.: α, S_{gm}, D_h, S

$\varepsilon = 80°$

a. siehe Skizze

b. **Neigungswinkel α:**
Im (großen, schwarzen) „Giebeldreieck" betragen die Basiswinkel 50°:

$180^\circ = 80^\circ + \alpha + \alpha$ (Innenwinkelsatz und gleiche Neigung)

$100^\circ = \alpha + \alpha$

$\underline{\underline{\mathbf{\alpha = 50^\circ}}}$

Sparrengrundmaß S_{gm}: Ist die halbe Dachbreite, also $\underline{\underline{\mathbf{S_{gm} = 8{,}75\,m}}}$

Sparrenlänge und Dachhöhe berechnet man wieder über Gesetzmäßigkeiten im rechtwinkligen Dreieck- unser **„rotes Dachdeckerdreieck"**.

$\cos\alpha = \frac{AK}{H}$

$\cos\alpha = \frac{Sgm}{S} \quad | \cdot S$

$S \cdot \cos\alpha = a \quad | : \cos\alpha$

$S = \frac{Sgm}{\cos\alpha}$

$S = \frac{8{,}75\,m}{\cos 50^\circ}$

$S = \frac{8{,}75\,m}{0{,}6427...}$

$\underline{\underline{\mathbf{S = 13{,}61\,m\ (13{,}6125...)}}}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

$\tan\alpha = \frac{Dh}{Sgm} \quad | \cdot Sgm$

$Sgm \cdot \tan\alpha = Dh$

$Dh = Sgm \cdot \tan\alpha$

$Dh = 8{,}75\,m \cdot \tan 50^\circ$

$Dh = 8{,}75\,m \cdot 1{,}1917...$

$\underline{\underline{\mathbf{Dh = 10{,}43\,m\ (10{,}4278...)}}}$

Lernvideo zu 2.9!

Arbeit und Leben